TD T3

SF1

1D cartésienne : cf cours

1D cylindrique :

Méthode de la conservation du flux. (obligée car éqn de la chaleur inconnue en cyl.)

Calculons ϕ le flux au-travers d'un cylindre de rayon $r \in [R_1, R_2]$

$$\phi = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{z=0}^{z=L} \vec{j}_{th} \cdot r\,d\theta\,dz\,\vec{u_r}$$

(on ne prend que la surface latérale car $\vec{j} \parallel \vec{u_r}$: il n'y a pas de flux sur les surfaces haute et basse)

or $\vec{j}_{th} = -\lambda\,\overrightarrow{\text{grad}}\,T = -\lambda \dfrac{dT}{dr}\vec{u_r}$.

Donc $\phi = \displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^L -\lambda \frac{dT}{dr} r\,d\theta\,dz = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r L$

Or, ϕ est constant (on est en régime permanent)

Donc $$dT = -\frac{\phi}{\lambda 2\pi L} \times \frac{dr}{r}$$

$$\int_{T_{eau}}^{T(r')} dT = \int_{R_1}^{r'} -\frac{\phi}{\lambda 2\pi L}\frac{dr}{r}$$

$$T(r') = T_{eau} - \frac{\phi}{\lambda 2\pi L}\ln\left(\frac{r'}{R_1}\right)$$

Par ailleurs, $T(R_2) = T_{air} = T_{eau} - \dfrac{\phi}{\lambda 2\pi L}\ln\left(\dfrac{R_2}{R_1}\right)$

Donc $$\frac{\phi}{2\pi\lambda L} = -\frac{T_{air} - T_{eau}}{\ln(R_2/R_1)}$$

Au final $$\boxed{T(r) = T_{eau} + \frac{T_{air} - T_{eau}}{\ln(R_2/R_1)}\ln\left(\frac{r}{R_1}\right)}$$

SF2

1D cartésienne : cf cours.

1D cylindrique :

On a : $\phi = \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{z=0}^{z=L} \vec{j}_{th} \cdot r d\theta dz \, \vec{u_r}$

or $\vec{j}_{th} = -\lambda \, \vec{grad}\, T = -\lambda \frac{dT}{dr} \vec{u_r}$.

Donc $\phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{L} -\lambda \frac{dT}{dr} r d\theta dz = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r L$

Or, ϕ est constant (on est en régime permanent)

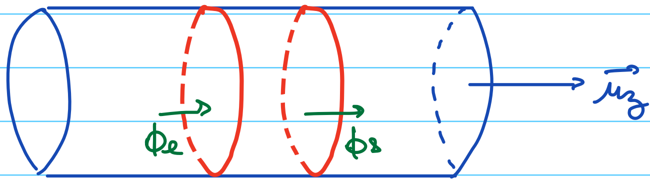
Donc $dT = -\frac{\phi}{\lambda 2\pi L} \times \frac{dr}{r}$

$$\int_{T_{eau}}^{T_{air}} dT = \int_{R_1}^{R_2} -\frac{\phi}{\lambda 2\pi L} \frac{dr}{r}$$

$$T_{air} - T_{eau} = -\frac{\phi}{\lambda 2\pi \lambda} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Donc $\boxed{R_{th} = \frac{\ln(R_2/R_1)}{2\pi \lambda L}}$

SF5



$$\delta Q = \Phi_e\, dt - \Phi_s\, dt + p \times d\tau\, dt$$

$$= j(z)\,\pi a^2\, dt - j(z+dz)\,\pi a^2\, dt + \frac{I^2}{\gamma(\pi a^2)^2}\,\pi a^2\, dz\, dt$$

$$\boxed{\delta Q = \left(-\frac{dj}{dz} + \frac{I^2}{\gamma \pi^2 a^4}\right)\pi a^2\, dz\, dt}$$

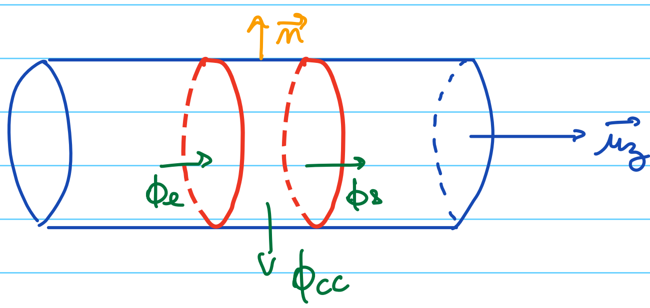
⇒ quelle expr de la chaleur obtient-on ? On a PP1 : $dU = \delta Q$

$$dU = c \times \rho \times \pi a^2 dz\,\big(T(z, t+dt) - T(z,t)\big) = c\rho\pi a^2 dz\,\frac{\partial T}{\partial t}\, dt$$

Donc $$c\rho\, \cancel{\pi a^2}\, \cancel{dz}\, \frac{\partial T}{\partial t}\, \cancel{dt} = \left(\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{I^2}{\gamma\pi^2 a^4}\right) \cancel{\pi a^2}\, \cancel{dz}\, \cancel{dt}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho}\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{I^2}{\gamma \pi^2 a^4 c\rho}.$$

SF6



1) On veut $\vec{j}_{ec}$ du fusible vers l'extérieur si $T > T_0$
Donc $\vec{n} = \vec{u_r}$.

2) $$\delta Q = \Phi_e\, dt - \Phi_s\, dt + p \times d\tau\, dt - \Phi_{cc}\, dt$$

$$= \left(-\frac{dj}{dz} + \frac{I^2}{\gamma\pi^2 a^4}\right)\pi a^2 dz\, dt - h\,\big(T(z,t) - T_0\big)\,\overbrace{2\pi a\, dz}^{dS_{lat}}\, dt$$

$$= \left(\lambda a\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{I^2}{\gamma \pi^2 a^3} - 2h(T - T_0)\right)\pi a\, dz\, dt$$

SF7

1) On a l'éqn de la chaleur $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \times D = \frac{\partial T}{\partial t}$

En analyse dimensionnelle, on a $\frac{T}{L^2} \times D = \frac{T}{\tau}$ ie $\boxed{\tau D = L^2}$

Le volume de la citrouille est $V = \frac{m}{\mu}$ m sa masse
μ sa masse volumique

En assimilant la citrouille à une sphère de rayon L, on a

$$V = \frac{4}{3}\pi L^3 \text{, donc } L = \left(\frac{3m}{4\pi\mu}\right)^{1/3}$$

On a donc $\tau = \left(\frac{3m}{4\pi\mu}\right)^{2/3} \times \frac{1}{D} = \alpha\, m^{2/3}$ où α est une constante

Pour la citrouille de l'année dernière, $\tau_1 = \alpha\, m_1^{2/3} \Rightarrow \alpha = \frac{\tau_1}{m_1^{2/3}}$

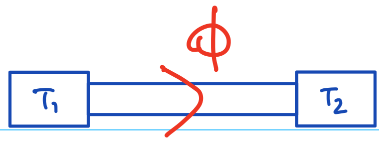
Donc $\tau_2 = \tau_1 \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^{2/3} = \underline{113 \text{ min}}$

2) Ces lois sont linéaires, or on vient de montrer que le temps de cuisson est en puissance $\frac{2}{3}$ par rapport à la masse.

$\frac{2}{3} < 1$, donc le temps qui sera calculé linéairement sera trop grand et les citrouilles seraient donc trop cuites.

3) On peut doubler les proportions.
Par la même loi que précédemment $\tau' = \tau \times 2^{2/3}$
$\underline{= 48 \text{ min}}$

Exercice 3 - ARQS



1) cf cours $\dfrac{\partial T}{\partial t} = D \dfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

⚠ Etablir = vous devez refaire la démo du cours

2) cf cours $R_{th} = \dfrac{L}{\lambda \pi a^2}$

3) Le régime étant supposé quasi-statique, on aura conservation du flux

$$\phi = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}}$$

Faisons un bilan énergétique sur le solide 2

$$dH = C_2 \left(T_2(t+dt) - T_2(t) \right) = \phi\, dt$$

$$C_2 \frac{dT_2}{dt} \cancel{dt} = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}} \cancel{dt}$$

$$\boxed{\frac{dT_2}{dt} + \frac{T_2}{R_{th} C_2} = \frac{T_1}{R_{th} C_2}}$$

On peut poser $\tau = R_{th} C_2$ (ça alors !)

4) Cours $\tau_{diff} \sim \dfrac{L^2}{D}$

5) Pour rester dans l'ARQS, il faut que le tps caract^{Q} de variation de T_2 soit très grand devant le temps caractéristique de diffusion
(ainsi, pour le phénomène de diffusion, T_2 varie assez lentement pour avoir l'imp° qu'elle est constante)

ie $\tau \gg \tau_{diff}$ ie $R_{th} C_2 \gg \dfrac{L^2}{D}$

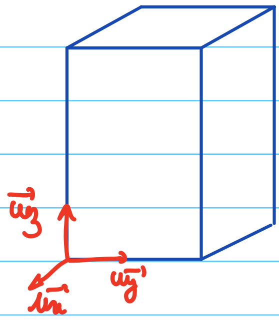
$$\frac{L}{\cancel{\lambda} \pi a^2} C_2 \gg \frac{L^2 \mu c}{\cancel{\lambda}}$$

$$C_2 \gg L \pi a^2 \mu c = C$$

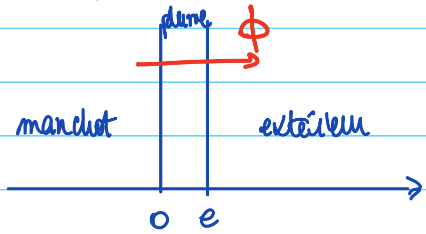
(logique : le solide C_2 paraîtra un thermostat pour la barre)

Exercice 4 - Assemblée de manchots

1) On a la modélisation pour un manchot :



et sur chaque face, on a



On considère le régime stationnaire, donc $\phi = cste = \frac{\theta_i - \theta_e}{R_{th}}$

avec $R_{th} = \frac{e}{\lambda S}$ avec S la surface de la face considérée.

On a donc $\phi_{tot} = \frac{\theta_i - \theta_e}{e}\lambda\left(\underbrace{4\times ah}_{\text{surfaces latérales}} + \underbrace{2\times a^2}_{\text{surfaces haute et basse.}}\right)$

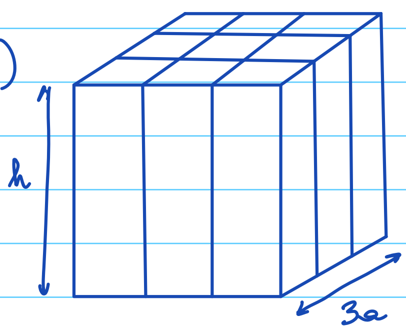
$$\boxed{\phi = (\theta_i - \theta_e)\frac{2\lambda a}{e}(2h + a)}$$

2) En régime stationnaire, $\phi = P_{méta}$

Donc $\lambda = \frac{e P_{méta}}{(\theta_i - \theta_e)\, 2a\,(2h + a)} = 4{,}0.10^{-2}\ W.m^{-1}.K^{-1}$

Bon isolant

3)



Par le même raisonnement qu'en 1) sur le bloc de manchots :

$\phi' = \frac{\theta_i - \theta_e}{e}\lambda(9a^2\times 2 + 4\times 3a\times h)$

$$\boxed{\phi' = \frac{6\lambda a}{e}(\theta_i - \theta_e)(3a + 2h)}$$

Pour se placer en régime stationnaire, il faudrait $P'_{méta} = \phi'$

ie $P'_{méta} = 177\ W$

4) $P'_{1\,manchot} = \dfrac{P'_{mêlée}}{9} = 20\,W$

On a divisé la puissance à produire par 2,5 !

Exercice 5 - Échangeur double - flux à contre - courant

1) Le fluide du dessus a toujours une température plus grande que celle du fluide du bas : le fluide chaud est donc celui situé en haut.

Par ailleurs, la température du fluide chaud va diminuer au cours de l'écoulement (au contact avec le fluide froid). Ainsi il s'écoule de gauche à droite (de 95°C à 70°C). Au contraire le fluide froid va se réchauffer au cours de son écoulement au contact du fluide chaud. Il s'écoule donc de droite à gauche (de 65°C à 75°C).

2) Il faut toujours avoir $T_c(x) > T_F(x)$ pour que l'échange se fasse.
Ici, on voit qu'on arrive à avoir une température de sortie du fluide froid supérieure à la température de sortie du fluide chaud, ce qui serait impossible en co-courant

3) Appliquons le 1er principe au fluide chaud / froid sur le passage dans l'échangeur.
Il reçoit / fournit une puissance thermique ϕ_{tot} :

$$D_F\,(h_F(x=0)-h_F(x=L)) = \phi_{tot} \quad \Rightarrow \quad \phi_{tot} = D_F\,c\,(T_F(x=0)-T_F(x=L))$$
$$D_c\,(h_c(x=L)-h_c(x=0)) = -\phi_{tot} \qquad = -D_c\,c\,(T_c(x=L)-T_c(x=0))$$

4) Appliquons le 1° principe industriel à une tranche du fluide froid compris entre x et $x+dx$ qui reçoit $\phi(x)$

$$D_F\,(h_F(x)-h_F(x+dx)) = \phi(x) \times \overbrace{a\,dx}^{\text{surface de contact}} = h\,\Delta T(x)\,a\,dx$$
$$D_F\,c\,\underbrace{(T_F(x)-T_F(x+dx))}_{-\frac{dT_F}{dx}dx} = h\,\Delta T(x)\,a\,dx$$

$$\boxed{\frac{dT_F}{dx} = -\frac{ha}{D_F\,c}\,\Delta T(x)} \quad \text{“} \quad (1)$$

De même pour le fluide chaud qui fournit $\phi(x)$

$$D_c\,(h_c(x+dx)-h_c(x)) = -h\,a\,dx\,\Delta T(x)$$

$$\boxed{\frac{dT_c}{dx} = -\frac{ha}{D_c\,c}\,\Delta T(x)} \qquad (2)$$

5) (2) - (1) : $$\frac{d(T_c-T_F)}{dx} = \Delta T(x)\,\frac{ha}{c}\left(\frac{1}{D_F}-\frac{1}{D_c}\right)$$

$$\boxed{\frac{d\Delta T}{dx} + \underbrace{\frac{ha}{c}\left(\frac{1}{D_c}-\frac{1}{D_F}\right)}_{=1/\delta}\Delta T = 0}$$

Posons $\delta = \dfrac{\lambda c}{h_a\left(\frac{1}{D_c} - \frac{1}{D_F}\right)}$, on a $\underline{\Delta T(x) = \Delta T(x=0)\, e^{-x/\delta}}$

6) On a, avec les valeurs de l'énoncé : $\Delta T(x=0) = 20°C$

$\Delta T(x=L) = 5°C$

or $\Delta T(x=L) = \Delta T(x=0)\, e^{-L/\delta}$

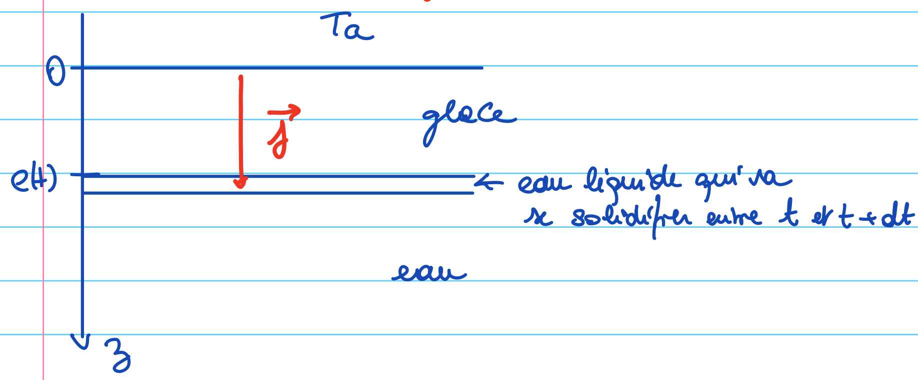
Ainsi $-\dfrac{L}{\delta} = \ln\left(\dfrac{\Delta T(x=L)}{\Delta T(x=0)}\right)$ ie $\delta = \dfrac{L}{\ln\left(\frac{\Delta T(x=0)}{\Delta T(x=L)}\right)} = \dfrac{L}{\ln 4}$

or $\dfrac{1}{\delta} = \dfrac{h_a}{\lambda c}\left(\dfrac{1}{D_c} - \dfrac{1}{D_F}\right)$

Donc $\dfrac{1}{D_c} = \dfrac{\lambda c}{\delta h_a} + \dfrac{1}{D_F} = \dfrac{\lambda c D_F + \delta h_a}{\delta h_a D_F}$

$$\boxed{D_c = \frac{\delta h_a D_F}{\lambda c D_F + \delta h_a} = \frac{L h_a D_F}{\ln 4\, \lambda c D_F + L h_a}}.$$

Exercice 6 – gel d'un lac



1) On suppose qu'on est en régime quasi-stationnaire, donc l'équation de la chaleur donne

$$\frac{d^2T}{dz^2} = 0$$

ie $$\frac{dT}{dz} = \text{cte}$$

$$T(z) = \text{cte}\; z + \text{cte}'$$

or $T(0) = T_{air}$ donc $\boxed{T(z) = T_{air} + \dfrac{T_{fus} - T_{air}}{e} z}$

$T(e) = T_{fus}$

On a alors $\vec{j} = -\lambda \,\overrightarrow{\text{grad}}\, T = -\lambda \dfrac{T_{fus} - T_{air}}{e} \vec{u_z}$

$$\boxed{j = \vec{j} \cdot \vec{u_z} = \lambda \frac{T_{air} - T_{fus}}{e}}$$

2) On considère la couche de de glace formée entre t et t+dt :

$$dH = \delta Q$$

or $dH = -\underbrace{\mu \times de \times S}_{\delta m}\, l_{fus}$

car solidification

et $\delta Q = j S dt = \lambda \dfrac{T_{air} - T_{fus}}{e} S\, dt$

$$\mu\, de\, l_{fus} = \lambda \frac{T_{fus} - T_{air}}{e} dt$$

$$\boxed{\frac{de}{dt} = \frac{\lambda}{\mu\, l_{fus}} (T_{fus} - T_{air}) \frac{1}{e}}$$

3) On a $e\,de = \frac{\lambda}{\mu\, l_{fus}} (T_{fus} - T_{air})\, dt$

On intègre entre $t = 0$ et $t = t'$:

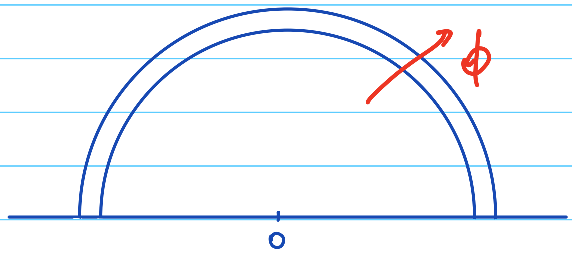
$$\int_0^{e(t')} e\,de = \frac{\lambda}{\mu\, l_{fus}} (T_{fus} - T_{air}) \int_0^{t'} dt'$$

$$\frac{1}{2} e(t')^2 = \frac{\lambda (T_{fus} - T_{air})}{\mu\, l_{fus}} t'$$

$$\boxed{e(t) = \sqrt{\frac{2\lambda (T_{fus} - T_{air})}{\mu\, l_{fus}} t}}$$

on a bien $e \sim \sqrt{t}$

Exercice 7 - Les 3 petits cochons au Pôle Nord



1) On considère l'hémisphère de centre O et de rayon r.

On a $\phi = \iint \vec{j} \cdot dS \, \vec{u_r}$ or ici on suppose $T = T(r)$, donc $\vec{j} = j \, \vec{u_r} = -\lambda \frac{dT}{dr} \vec{u_r}$

$$= \iint -\lambda \frac{dT}{dr} \, dS$$

$$= -\lambda \frac{dT}{dr} \frac{4\pi r^2}{2} = \underline{-\lambda 2\pi r^2 \frac{dT}{dr}}$$

2) En régime stationnaire, ϕ se conserve, donc on peut intégrer :

$$\int_R^{R+e} \phi \frac{dr}{r^2} = \int_{T_i}^{T_e} -2\pi\lambda \, dT$$

$$\phi \left[-\frac{1}{r}\right]_R^{R+e} = -2\pi\lambda (T_e - T_i)$$

$$\phi \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+e}\right) = -2\pi\lambda (T_e - T_i)$$

$$\phi \frac{R+e-R}{R(R+e)} = -2\pi\lambda (T_e - T_i)$$

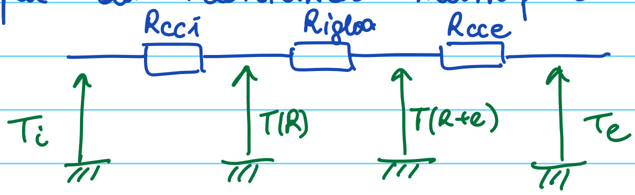
$$\boxed{\frac{T_i - T_e}{\phi} = \frac{1}{2\pi\lambda} \frac{e}{R(R+e)}}$$

3) En régime stationnaire on aura $\phi = 3 P_c$

Donc $(T_i - T_e) \dfrac{2\pi\lambda R(R+e)}{e} = 3 P_c$

$$T_i = T_e + \frac{3e}{2\pi\lambda R(R+e)} P_c = \underline{0,7\ °C}$$

4) Les phénomènes de conducto-convection peuvent être modélisés par des résistances thermiques. On a alors :



Etablissons les résistances thermiques équivalente aux phénomènes de conducto-convection.

• Pour R_{cci}, on a $\quad R_{cci} = \dfrac{T_i - T(R)}{\phi} = \dfrac{T_i - T(R)}{h_i(T_i - T(R))\, 2\pi R^2}$

$$R_{cci} = \frac{1}{h_i\, 2\pi R^2}$$

• De m̂, $\quad R_{cce} = \dfrac{1}{h_s\, 2\pi (R+e)^2}$

Les résistances sont en série, donc $R_{tot} = R_{cci} + R_{iglou} + R_{cce}$
$= \underline{0{,}05\ K.W^{-1}}$

On a donc $\quad T_i = 3\mathcal{P}_c\, R_{tot} + T_e = \underline{7{,}3\ °C}$

Par ailleurs, on a $\quad \phi = \dfrac{T_i - T(R)}{R_{cci}} \Rightarrow T(R) = T_i - \phi R_{cci}$
$= \underline{-0{,}37\,°C}$

5) Désormais $R_{tot} = 0{,}06\ K.W^{-1}$. Ainsi $\underline{T_i = 9{,}3\,°C}$

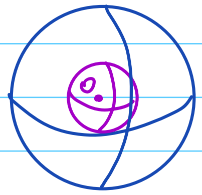
et $T(R) = 1{,}7\,°C$! la glace fond à l'intérieur de l'igloo.

On peut définir une résistance linéique $\rho_{th} = \dfrac{R_{th}}{e}$.

Soit L l'épaisseur sur laquelle la glace fond : $\quad R_{cci} + \rho_{th} L = \dfrac{T_i - T_{fus}}{\phi}$

Donc $\quad L = \left(\dfrac{T_i - T_{fus}}{\phi} - R_{cci}\right)\dfrac{1}{\rho_{th}} = \underline{11\ cm}$.

Exercice 8 - Bilan thermique d'un astéroïde.

1) 

La géométrie sphérique du problème implique que T ne dépende que de r dans l'espace. On suppose par ailleurs que le régime stationnaire est atteint, donc T ne dépend pas de t.

2) On a pendant une durée dt :

$+\vec{u_r}$ car "transfert thermique cédé"

$$\delta Q_{cond} = \iint_{sphère} j(r)\,\vec{u_r}\cdot dS\,\vec{u_r}\,dt = 4\pi r^2 j(r)\,dt$$
$$= -\lambda 4\pi r^2 \frac{dT}{dr}\,dt$$

3) Pendant une durée dt :

$$\delta Q_{prod} = \iiint \mathcal{P}\,d\tau\,dt = \frac{4}{3}\pi r^3 \mathcal{P}\,dt.$$

> 0 car il y a bien une é thermique créée

4) En appliquant le 1e principe à la sphère de rayon r, on a

car δQ_{cond} est cédé — car δQ_{prod} est reçu

$$dU = -\delta Q_{cond} + \delta Q_{prod} = 0 \quad \text{car régime stationnaire}$$

Donc $\delta Q_{cond} = \delta Q_{prod}$

5) Donc $\frac{\cancel{4}}{3}\cancel{\pi} r^3 \mathcal{P}\,\cancel{dt} = -\lambda\,\cancel{4}\cancel{\pi} r^2 \frac{dT}{dr}\cancel{dt}$

$$\mathcal{P} r = -3\lambda \frac{dT}{dr}$$

i.e. $\mathcal{P}\, r\,dr = -3\lambda\, dT$

en intégrant entre 0 et r' : $\int_0^{r'} \mathcal{P}\, r\,dr = \int_{T_0}^{T(r')} -3\lambda\, dT$

$$\frac{1}{2}\mathcal{P} r'^2 = -3\lambda\,(T(r') - T_0)$$

$$\boxed{T(r) = T_0 - \frac{\mathcal{P}}{6\lambda} r^2}$$

6) On applique le 1° ppe à l'astéroïde entier : (il n'y a plus de conduction en $r = R$ car il n'y a plus de milieu pour $r > R$)

$$\frac{dU}{dt} = P \times \frac{4}{3}\pi R^3 - P_{ray}\, 4\pi R^2 = 0$$

On en déduit : $P_{ray} = \frac{PR}{3} = \sigma T_S^4$

$$\boxed{T_S = \left(\frac{PR}{3\sigma}\right)^{1/4}}$$

On a donc $\boxed{T_0 = \left(\frac{PR}{3\sigma}\right)^{1/4} + \frac{P}{6\lambda} R^2}$

Exercice 9 – Hypothermie

1) Appliquons le premier principe au plongeur entre t et $t+dt$:

$$c_{corps}\, m\, dT_{corps} = P_{corps}\, dt - \phi_{perte}\, dt$$

avec ϕ_{perte} la puissance perdue par conduction et conducto-convection.

On fait l'hypothèse d'un régime quasi-stationnaire pour pouvoir utiliser les résistances thermiques :

$$\phi_{pertes} = \frac{T_{corps} - T_{ext}}{R_{tot}} \quad \text{et} \quad R_{tot} = R_{corps} + R_{cc}$$

On a : $R_{cc} = \dfrac{T - T_{ext}}{\phi} = \dfrac{T - T_{ext}}{P_{conv}\, S} = \dfrac{1}{\alpha S}$ avec S la surface de contact eau / peau

On a donc $c_{corps}\, m\, dT_{corps} = P_{corps}\, dt - \dfrac{T_{corps} - T_{ext}}{R_{tot}}\, dt$

au final $c_{corps}\, m \dfrac{dT_{corps}}{dt} + \dfrac{T_{corps}}{R_{tot}} = P_{corps} + \dfrac{T_{ext}}{R_{tot}}$.

$$\boxed{\frac{dT_{corps}}{dt} + \frac{T_{corps}}{\underbrace{R_{tot}\, c_{corps}\, m}_{\tau}} = \frac{P_{corps}}{c_{corps}\, m} + \frac{T_{ext}}{R_{tot}\, c_{corps}\, m}}$$

On a donc $T_{corps} = A \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + P_{corps} R_{tot} + T_{ext}$

et $T_{corps}(t=0) = T_0 = A + P_{corps} R_{tot} + T_{ext}$

au final $T_{corps} = \left(T_0 - P_{corps} R_{tot} - T_{ext}\right) e^{-t/\tau} + P_{corps} R_{tot} + T_{ext}$.

On cherche t_1 tel que $T_{corps}(t_1) = T_{hypo} = 35°C$.

i.e. $e^{-t_1/\tau} = \dfrac{T_{hypo} - (P_{corps} R_{tot} + T_{ext})}{T_0 - P_{corps} R_{tot} - T_{ext}}$

$$t_1 = \tau \ln\left(\frac{T_0 - P_{corps} R_{tot} - T_{ext}}{T_{hypo} - P_{corps} R_{tot} - T_{ext}}\right)$$

$T_0 \simeq 37°C$

$$= \left(3.10^{-2} + \frac{1}{10 \times 2}\right) 70 \times 3{,}5.10^3 \ln\left(\frac{37 - 100 \times \left(3.10^{-2} \times \frac{1}{10 \times 2}\right) - 17}{35 - 100\left(3.10^{-2} \times \frac{1}{10 \times 2}\right) - 17}\right)$$

$S \simeq 2\ m^2$ $\quad m = 70\ kg$

$t_1 = 3{,}6.10^3 \ s \simeq 60 \ min$

2) Si on ajoute une couche de néoprène, on a une nouvelle résistance thermique totale

$$R' = R_{tot} + R_{néo} = R_{tot} + \frac{e}{\lambda_{néo} S}$$

Pour que l'hypothermie ne soit jamais atteinte, il suffit d'avoir la température finale supérieure à celle de l'hypothermie

$$T_{final} = P_{corps} R' + T_{ext}.$$

Calculons e pour $T_{final} = T_{hypo}$

$$T_{hypo} = P_{corps} \left(R_{tot} + \frac{e}{\lambda_{néo} S} \right) + T_{ext}$$

$$e = \left(\frac{T_{hypo} - T_{ext}}{P_{corps}} - R_{tot} \right) \lambda_{néo} S$$

$$= \left(\frac{35 - 17}{100} - \left(3.10^{-2} + \frac{1}{20} \right) \right) \times 0{,}2 \times 2 = 0{,}04 \ m$$

$$= 40 \ mm = \underline{4 \ cm}$$

Exercice 2 - fin

5) $\eta = \dfrac{\phi_{ailette}}{\phi_0} \simeq 13$

L'ailette est efficace à partir du moment où l'énergie dissipée est plus grande en sa présence qu'en son absence : $\eta > 1$.

6) $\phi_{axial} = j\, ae = -\lambda \dfrac{dT}{dx}\, ae = -\lambda (T_0 - T_a) \dfrac{-1}{\delta} e^{-x/\delta}\, ae$

$$\phi_{axial} = \frac{\lambda}{\delta}(T_0 - T_a)\, e^{-x/\delta}\, ae$$

On a donc un flux axial moyen

$$\langle \phi_{ax} \rangle = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{\lambda}{\delta}(T_0 - T_a)\, e^{-x/\delta}\, ae\, dx$$

$$= \frac{1}{L}\frac{\lambda}{\delta}(T_0 - T_a)\, ae \left[-\delta\, e^{-x/\delta}\right]_0^L ae$$

$$\langle \phi_{ax} \rangle = \frac{\lambda}{L}(T_0 - T_a)\, ae$$

et $\phi_{ailette} = 2ah\,(T_0 - T_a)\,\delta$

on a donc $\dfrac{\langle \phi_{ax} \rangle}{\phi_{ail}} = \dfrac{\lambda e}{2h\delta}$

On pourra supposer T uniforme sur une section si $\dfrac{\langle \phi_{ax} \rangle}{\phi_{ail}} \gg 1$ (peu de pertes par les bords)

7) Ici $\eta = 13$, mais $\dfrac{\langle \phi_{ax} \rangle}{\phi_{ail}} = 0{,}01$!

Il faudrait donc prendre en compte les variations de T en fonction de y et z.